

文章编号: 1000-8055(2008)01-0189-06

基于传动性能和垂直轮位的弧齿 锥齿轮齿面设计

曹雪梅¹, 方宗德¹, 许 浩², 朱自冰³

(1. 西北工业大学 机电工程学院, 西安 710072;

2. 长沙航空工业中南传动机械厂, 长沙 410200;

3. 中国航空动力机械研究所, 株洲 412202)

摘 要: 根据齿面印痕的位置、方向及传动误差幅值的要求, 在齿面上设计三个啮合点, 通过对这三个啮合点的控制, 达到对齿面啮合质量的全程控制。为了满足不同的加工要求, 在此基础上, 按照给定的垂直轮位的值对小轮加工参数进行再设计, 保证传动误差的幅值不变且接触迹线仅有较小的改变。最后分别用该方法和美国 Gleason 公司的软件设计一对齿轮, 并进行齿面印痕、传动误差和齿面对比, 两种设计是基本一致的。

关 键 词: 航空、航天推进系统; 弧齿锥齿轮; 传动误差; 齿面印痕; 垂直轮位

中图分类号: V232. 8

文献标识码: A

Tooth surface design of spiral bevel gears based on meshing performances and work offset

CAO Xue-mei¹, FANG Zong-de¹, XU Hao², ZHU Zi-bing³

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering,

Northwestern Polytechnical University, Xi 'an 710072, China;

2. Zhongnan Transmission Machinery Works of Changsha Aviation Industry,
Changsha 410200, China;

3. China Aviation Power Plant Research Institute, Zhuzhou 412202, China)

Abstract: Three meshing points on the tooth surface were designed according to the contact pattern and transmission errors. The meshing quality was controlled exactly through control of these three meshing points. To meet different processing demands, the processing parameters of pinion was redesigned according to the given value of work offset, thus maintaining the magnitude of transmission error with little variation of contact pattern. In the end, a pair of gears was designed by Gleason software and this approach respectively, showing the consistency of these two designs by comparing the tooth surface, contact pattern and transmission errors.

Key words: aerospace propulsion system; spiral bevel gears; transmission errors; contact pattern; work offset

弧齿锥齿轮广泛应用于航空和车辆的动力传输中, 在齿轮的设计中往往要考虑齿面印痕和传

动误差来控制齿面接触质量及传动动态性能^[1], 以减小振动噪声, 增加承载能力。

收稿日期: 2006-12-19; 修订日期: 2007-04-10

基金项目: 航空科学基金(04C53015); 国家自然科学基金(50475148); 河南科技大学青年基金(2006QN027)

作者简介: 曹雪梅(1970-), 女, 浙江桐乡人, 博士生, 主要从事锥齿轮设计与检测技术研究。

Gleason 公司对新的齿轮设计技术是保密的,用户只能按 Gleason 公司的软件规定设计齿轮加工参数,无法根据需求做进一步调整。

Litvin 教授提出的局部综合法^[2]也只能预控在参考点处及其附近的啮合性能,无法控制远离参考点的齿面性质,可能出现接触迹线严重弯曲,瞬时接触椭圆长轴的长度变化剧烈等现象,以至于齿面接触区域出现菱形、鱼尾形、扇形、三角形或梯形等情形。

文献[3]提出的基于功能需求的齿面主动设计方法从整体上描述了齿面的性态以及齿轮副在整个啮合过程中的啮合状况。但要在 Free-form 锥齿轮机床上才能实现。文献[4-6]在局部综合法的基础上通过全局优化的方法实现啮合质量的控制,但接触迹线与传动误差的设计是相关的。垂直轮位的值由计算得到。

本文以传动误差在轮齿啮合转换点的幅值和齿面印痕的位置、方向为目标^[7],依据弧齿锥齿轮的加工原理,设计机床加工参数,保证齿面在整个啮合过程中满足预先设计的传动误差和齿面接触路径的要求,从而达到对齿面啮合质量的全程控制,并且可根据加工需要对垂直轮位的值进行预控。接触迹线的设计与传动误差的设计是相互独立的,这为进一步承载传动误差的分析与设计建立了良好的设计平台。

1 基于传动误差和齿面印痕的齿面主动设计

根据齿面印痕和传动误差的要求在大轮齿面确定 3 个啮合点,运用这三个啮合点及局部综合法和局部共轭原理确定小轮加工参数。

1.1 大轮齿面的表达

将大轮刀具切削面方程通过坐标变换及大轮刀具面和大轮齿面的啮合方程,得到大轮齿面在 S_2 坐标系(固连于被加工大轮的坐标系)中的方程^[2]

$$r_2 = r_2(\theta_g, \phi_g) \quad (1)$$

1.2 3 个啮合点的确定

M_0, M_1, M_2 三个啮合点如图 1 所示。 Γ_2 为大轮节锥角。啮合点 M_0 参与啮合时小轮转角为 ϕ , 大轮转角为 ϕ 。小轮在参考点 M_0 的啮合位置上分别转动 $\pm\pi Z_1$ 时产生的啮合点为 M_1 和 M_2 。啮合点 M_1 参与啮合时小轮转角为 $\phi, \phi = \pi Z_1 + \phi$; 啮合点 M_2 与啮合时小轮转角为 $\phi, \phi = -\pi Z_1$

+ ϕ 。从啮合点 M_1 到 M_2 即为一个完整的啮合周期。

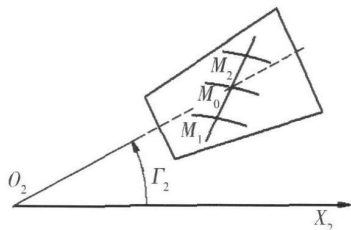


图 1 3 个啮合点与接触迹线示意图

Fig. 1 Three meshing points and contact path

1.2.1 确定接触印痕在齿面上的位置

参考点 M_0 是理论设计参考点,即在该点瞬时传动比等于理论值(即两齿轮的齿数比),一般设计在齿面中心位置,也可根据需求沿齿面调整,该点的位置决定了整个印痕在齿面的位置。根据 M_0 点在齿面的位置、传动比及啮合方程可求出在该点啮合时大轮转角 ϕ 、小轮转角 ϕ 。

1.2.2 确定传动误差的幅值

定义传动误差为:当小轮转过一角度时,大轮相对于理想位置之偏离,即

$$\delta\phi = (\phi - \phi) - (\phi - \phi) \frac{Z_1}{Z_2} \quad (2)$$

式中 Z 为齿数; ϕ 是齿轮啮合传动的转角; ϕ 为初始转角。下标 1, 2 分别表示小轮和大轮;

传动误差是影响弧齿锥齿轮传动动态性能、齿面接触质量和振动噪声的主要因素。通常齿轮副的传动误差设计为二次抛物线形^[2, 4-7]。它能够吸收装配误差引起的线性传动误差,同时保持运动误差曲线的形状不变。

$$\delta\phi = \frac{1}{2} m'_{21} (\phi - \phi)^2 \quad (3)$$

其中 m'_{21} 为传动比函数的一阶导数值。因此,传动误差在轮齿啮合转换点处的幅值为 $\frac{1}{2} m'_{21} (\pi/N_1)^2$ 。

由公式(2)和(3)可得大轮转角 ϕ 和小轮转角 ϕ 的关系

$$\phi = \frac{Z_1}{Z_2} (\phi - \phi) + \phi + \frac{1}{2} m'_{21} (\phi - \phi)^2 \quad (4)$$

由公式(4)可确定大轮在啮合点 M_1, M_2 时的转角 ϕ, ϕ 。

1.2.3 确定接触迹线的方向

设计接触迹线为一直线^[7]且与根锥夹角为定

值,即 3 个啮合点 M_0, M_1, M_2 位于一条直线. M_1 点在参与啮合时必须满足啮合方程

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}^{(12)} = f(\theta_g, \phi_g, \phi) = 0 \quad (5)$$

根据 M_1 和 M_0 点的位置关系列出位置方程

$$g(\theta_g, \phi_g, \phi) = 0 \quad (6)$$

根据啮合方程(5)和位置方程(6)及公式(4)可解出啮合点 M_1 在大轮齿面中的准确表达. 同理求出啮合点 M_2 在大轮齿面中的准确表达.

1.3 求加工啮合点 M_1, M_2 时小轮转角 ϕ_1, ϕ_2

图 2 所示是小轮切齿坐标系^[2], O_n 是摇台中心, O_l 是齿轮工件的节锥顶点, O_f 是刀具中心, S_b, S_{m1}, S_c 坐标系固定在机床上, S_c 坐标系的坐标原点与小轮节锥顶点 O_l 重合, 坐标轴与 S_{m1} 的坐标轴重合.

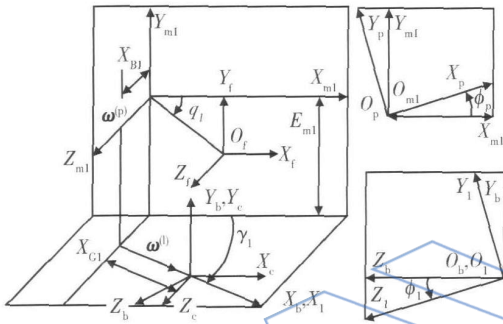


图 2 小轮切齿坐标系

Fig. 2 Pinion generation coordinate systems

将啮合点 M_1, M_2 在 S_2 坐标系(固连于被加工大轮的坐标系)的位矢和法矢进行坐标变换得到在 S_c 坐标系中的位矢和法矢;将小轮切削锥面的法矢坐标 $\mathbf{n}_f(\theta_p)$ 变换到 S_{m1} 坐标系中. 由于坐标系 S_c 和坐标系 S_n 的坐标轴互相平行, 故有

$$\mathbf{n}_c(\phi) = \mathbf{n}_{m1}(\theta_p + \phi) \quad (7)$$

解此方程组可得到加工啮合点 M_1, M_2 时被加工小轮的转角 ϕ_1, ϕ_2

1.4 确定轴向轮位 X_{Gl} 、垂直轮位 E_{m1} 及加工啮合点 M_1, M_2 时小轮摇台的转角 ϕ_b, ϕ_p

将啮合点 M_1, M_2 在切削锥面上的位矢 $\mathbf{r}_f$ 经坐标变换转换到坐标系 S_c 中得到位矢 $\mathbf{r}_{cf}$, 该位矢与由大轮齿面经坐标变换转换到坐标系 S_c 中得到位矢 $\mathbf{r}_c$ 相等. 即

$$\mathbf{r}_{cf}(X_{Gl}, E_{m1}, \phi_b, S_p) = \mathbf{r}_c \quad (8)$$

两个啮合点组成 6 个方程, 即可求出未知变量 $X_{Gl}, E_{m1}, \phi_b, \phi_p, S_p^1, S_p^2$.

1.5 确定滚比 m_{p1} 、径向刀位 S_{r1} 和角向刀位 q_1

在小轮加工过程中, 被加工小轮齿面与小轮

刀具面连续相切接触, 有啮合方程成立

$$\mathbf{n}_c \cdot \mathbf{v}^{(1p)} = 0 \quad (9)$$

通过在参考点 M_0 处小轮齿面与小轮刀具的啮合方程可求出滚比 m_{p1} .

由参考点 M_0 处给定的接触迹线的切线方向及瞬时接触椭圆半轴长度, 根据局部综合法可求出参考点 M_0 在小轮刀具面上的主方向和主曲率, 从而求出小轮刀尖半径 r_p . 通过参考点 M_0 在小轮刀具面上的位矢可求出径向刀位 S_{r1} 和角向刀位 q_1 .

1.6 确定小轮二阶、三阶变性系数

小轮用变性法单面展成, 摇台转角 ϕ_b 与被加工小轮转角 ϕ_1 可写成泰勒级数展开式

$$\phi_1 = \frac{1}{m_{p1}} [\phi_b - C(\phi_b)^2 - D(\phi_b)^3] \quad (10)$$

根据啮合点 M_1, M_2 各自的摇台转角 ϕ_b, ϕ_p 及被加工小轮转角 ϕ_1 和 ϕ_2 , 式(10)包含两个方程, 解方程可得到小轮二阶变性系数 C 、三阶变性系数 D .

2 给定垂直轮位的小轮加工参数的设计

在第一节设计的基础上根据给定的垂直轮位的值, 设计小轮加工参数, 保证传动误差的幅值不变且接触迹线仅有较小的改变.

2.1 确定轴向轮位 X_{Gl} 、小轮刀尖半径 r_p 和滚比 m_{p1}

由微分几何, $\dot{\mathbf{n}}_r^{(i)}$ 和 $\dot{\mathbf{v}}_r^{(i)}$ 的分量满足罗德里克公式, 即有

$$\dot{\mathbf{n}}_r^{(i)} = -k_{I, II}^{(i)} \mathbf{v}_r^{(i)} \quad (i = 1, p) \quad (11)$$

$k_{I, II}^{(i)}$ 是齿面 Σ_i 上啮合点的主曲率, $\mathbf{v}_r^{(i)}$ 是啮合点在齿面 Σ_i 上的相对运动速度, $\dot{\mathbf{n}}_r^{(i)}$ 是在齿面 Σ_i 上啮合点的单位法矢端点相对于齿面的速度.

由公式(11)及线啮合条件可建立两个方程^[2]

$$a_{i2}^2 = a_{i1} \cdot a_{i22} \quad (12)$$

$$a_{i11} \cdot a_{i23} = a_{i2} \cdot a_{i3} \quad (13)$$

公式(12), (13)的系数见文献[2].

通过在参考点 M_0 处小轮齿面与小轮刀具的啮合方程可求出轴向轮位 X_{Gl} , 通过局部综合可求出由参考点 M_0 在小轮刀具面上的主曲率和主方向, 由公式(12)可求出小轮刀尖半径 r_p , 由公式(13)可求出滚比 m_{p1} .

2.2 确定滚比系数

大轮、小轮在 M_1, M_2 点啮合时, 在固定坐标

系中,两齿面在啮合点处有公共接触点,且公共接触点处有公法线.有如下两个基本方程成立

$$r_h^{(1)} = (\theta_p, \phi_p, \phi_1) = r_h^{(2)} (\theta_g, \phi_g, \phi_1) \tag{14}$$

$$n_h^{(1)} = (\theta_p, \phi_p, \phi_1) = n_h^{(2)} (\theta_g, \phi_g, \phi_1) \tag{15}$$

公式(14),(15)共有 5 个未知数, θ_p, ϕ_p 和 θ_g, ϕ_g 分别为小、大齿轮齿面的曲面坐标, ϕ_1 表示在加工啮合点时被加工小轮的转角.可得到 5 个独立的标量方程,分别取大轮在 $M_1、M_2$ 点啮合时的转角 ϕ_1, ϕ_2 作为输入量,求解这 5 个方程组,即可解得被加工小轮的转角 ϕ_1, ϕ_2 和摇台转角 ϕ_p, ϕ_g . 分别将两个点的参数带入公式(10)即可求出小轮二阶变数系数 C 、三阶变数系数 D . 这样传动误差在轮齿啮合转换点的幅值就能保证.

求解方程组时选择 5 个未知数的初值非常重要,因为该方程组是多解方程组.当大、小轮的转动关系按设计的传动误差幅值要求确定时,可求出多个满足传动要求的小轮齿面,但对应的接触迹线是不同的.为了保证接触迹线与第 1 节设计的接触迹线尽量一致,即当大轮转动 ϕ_1 和 ϕ_2 时,大轮齿面与小轮齿面的啮合点应在设计啮合点 M_1, M_2 的附近,分别将第 1 节求出的 M_1, M_2 点的参数 $\theta_p, \phi_p, \theta_g, \phi_g$ 和 ϕ_1 作为初值代入带入方程(14),(15)组成的方程组中,求解方程.图 3 所示为两种方法设计的齿面印痕对比图.图 3(a)为第 1 节方法设计的齿面印痕,垂直轮位的计算值为 23.001 mm,接触迹线为一条直线,图 3(b)为第 2 节方法设计的齿面印痕,垂直轮位预控为 0.000 mm,接触迹线略有弯曲.因为在设计中始终保持大小轮的啮合转角,所以垂直轮位的改变不影响传动误差的幅值.

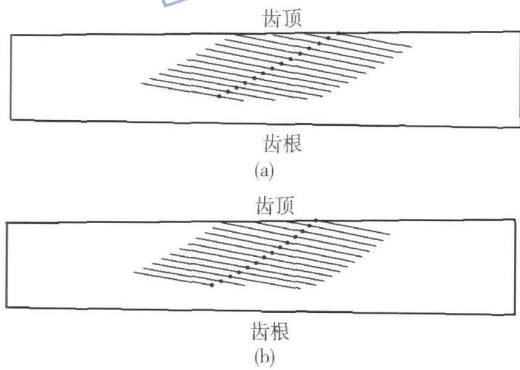


图 3 垂直轮位对齿面接触迹线的影响
Fig. 3 Influence on contact path by work offset

3 本文设计方法与 Gleason 软件设计的对比

分别用本文方法和美国 Gleason 公司的软件

设计一对弧齿锥齿轮,并进行齿面印痕、传动误差和齿面对比.

轮坯参数为:小轮齿数 23;大轮齿数 86;模数 4.25;压力角 20°;螺旋角 25°;小轮左旋大轮右旋;轴交角 51°9′;小轮根锥角 9°45′;大轮根锥角 40°12′;外锥距 278.35 mm;齿宽 43 mm;小轮齿顶高 4.89 mm 齿根高 2.91 mm;大轮齿顶高 2.11 mm 齿根高 5.69 mm;顶隙 0.8 mm.

设计大轮工作面滚检印痕方向(与根锥夹角)为 27°,传动误差为 8.25 s,大轮非工作面滚检印痕方向为 16°,传动误差为 11.25 s.表 1 为两种设计方法设计的大轮加工参数,表 2 为本文方法设计的小轮加工参数,表 3 为 Gleason 软件设计的小轮加工参数.表 4 为两种设计方法的 TCA 结果对比.设计小轮齿面时,垂直轮位的值预置为 0.0,与 Gleason 的设计保持一致.

表 1 大轮加工参数对比
Table 1 Gear machine-tool settings

大轮加工参数	Gleason 软件	本文设计方法
刀盘直径/mm	304.8	304.8
刀顶距/mm	3.429	3.429
刀具齿形角/(°)	凸面 21 凹面 19	凸面 21 凹面 19
径向刀位/mm	236.879 23	236.892 73
角向刀位/(°)	35.67	35.665 6
滚比	1.522 956	1.522 956
垂直轮位/mm	0.000 00	0.000 00
轴向轮位/mm	0.000 00	0.000 00
床位/mm	- 1.623 47	- 1.622 785
轮坯安装角/(°)	40.20	40.20

表 2 Gleason 软件设计的小轮加工参数
Table 2 Pinion machine-tool settings by Gleason

Gleason 软件	小轮凹面	小轮凸面
刀尖半径/mm	158.572 2	146.634 2
刀具齿形角/(°)	18	22
径向刀位/mm	253.441 12	218.407 89
角向刀位/(°)	35.15	36.61
滚比	6.206 476	5.141 765
垂直轮位/mm	0.000 000	0.000 000
轴向轮位/mm	18.214 37	- 20.661 81
床位/mm	- 4.241 37	2.345 38
轮坯安装角/(°)	9.75	9.75
二阶变数系数	0.118 1	- 0.147 75
三阶变数系数	0.000 0	0.000 0

表 3 本文软件设计的小轮加工参数
Table 3 Pinion machine-tool settings by author

本文方法	小轮凹面	小轮凸面
刀尖半径/mm	158.687 0	146.689 1
刀具齿形角/(°)	18	22
径向刀位/mm	253.941 2	218.772 1
角向刀位/(°)	35.939 6	36.609 3
滚比	6.219 099	5.150 68
垂直轮位/mm	0.000 000	0.000 000
轴向轮位/mm	18.871 1	- 20.206 4
床位/mm	- 4.342 8	2.275
轮坯安装角/(°)	9.75	9.75
二阶变异性系数	0.124 386	- 0.146 233
三阶变异性系数	0.132 223	0.253 422

表 4 本文方法和 Gleason 软件设计的齿面 TCA 计算结果对比
Table 4 Results of TCA by two kinds of software

	本文方法	Gleason 软件
大轮工作面滚检印痕 方向(与根锥夹角)/(°)	27	27
大轮非工作面滚检印痕 方向(与根锥夹角)/(°)	16	16
工作面传动误差 幅值/(°)	8.22	40 μrad (8.25)
非工作面传动误差 幅值/(°)	11.025	56 μrad (11.55)

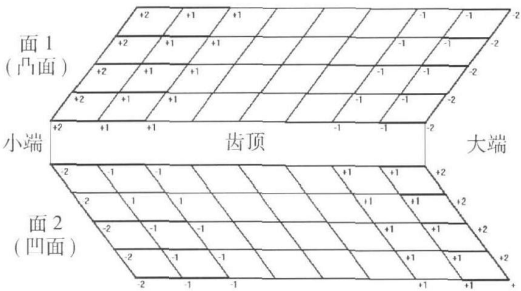


图 4 大轮齿面对比图 (单位:μm)
Fig. 4 Deviations between gear surfaces compared Gleason software with our software (Unit:μm)

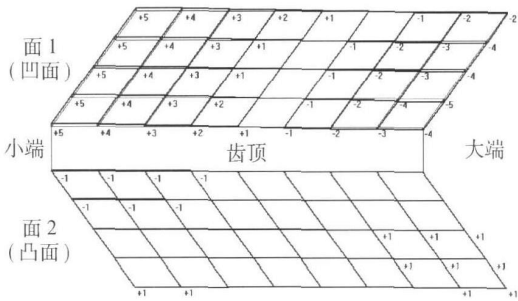


图 5 小轮齿面对比图(单位:μm)
Fig. 5 Deviations between pinion surfaces compared Gleason software with our software (Unit:μm)

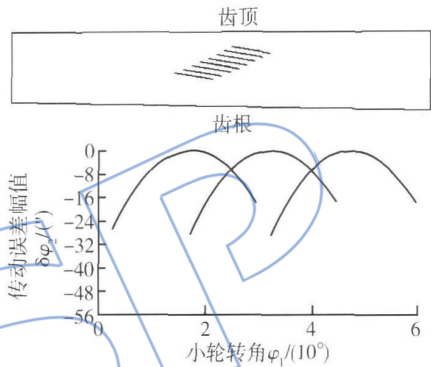


图 6 本文软件设计的齿面工作面 TCA 分析
Fig. 6 TCA on working flank by our software

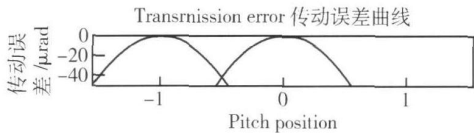
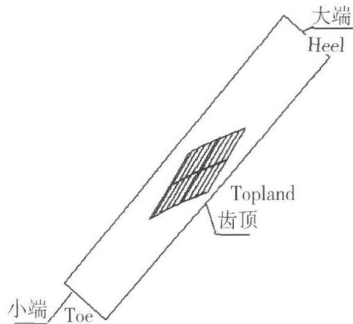


图 7 Gleason 软件设计工作面 TCA 分析
Fig. 7 TCA on working flank by Gleason

图 4 为两种设计方法设计的大轮齿面对比图,最大差值为 1.7 μm,图 5 为两种设计方法设计的小轮齿面对比图,小轮凹面最大差值为 5.3 μm,小轮凸面最大差值为 1.3 μm. 图 6 和图 7 分别为本文方法和 Gleason 软件设计的工作面 TCA 分析图,图 8 和图 9 分别为本文方法和 GI-

eason 软件设计的非工作面 TCA 分析图.

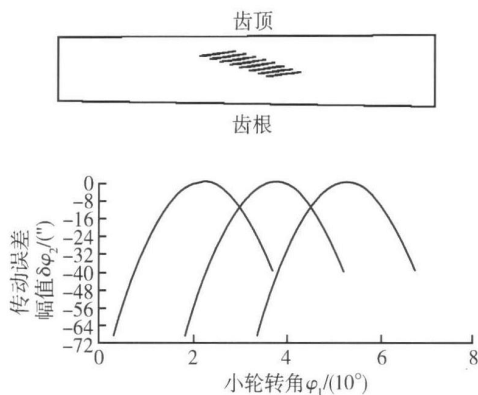


图8 本文软件设计的齿面非工作面 TCA 分析

Fig.8 TCA on non-working flank by our software

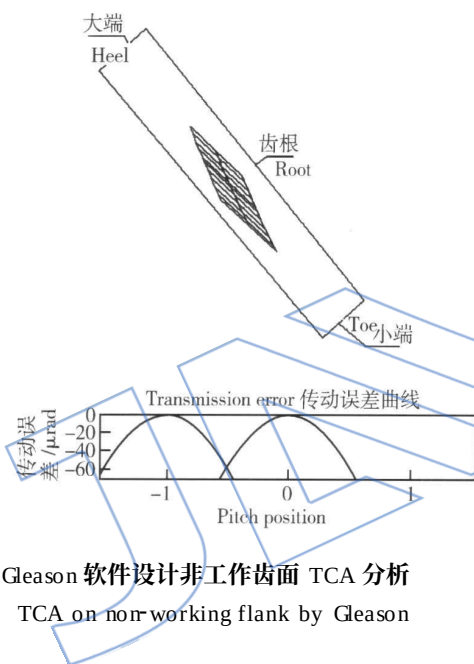


图9 Gleason 软件设计非工作面 TCA 分析

Fig.9 TCA on non-working flank by Gleason

4 结 论

齿面印痕和传动误差对齿轮传动的性能起着决定作用,本文设计接触迹线为直线,并按照给定的接触迹线的方向和传动误差的幅值对齿面进行主动设计,接触迹线的设计与传动误差的设计是相互独立的,使齿轮设计人员能够按照要求的齿轮传动性能来设计齿面.

根据不同的加工要求,本文又提出按照给定的垂直轮位的值重新计算小轮其余加工参数,可以保证传动误差的幅值不变,仅使接触迹线的直线度略有降低.这种基于齿面印痕、传动误差和垂直轮位的设计为弧齿锥齿轮副设计提供了新的方法和途径.

最后将本文的设计方法与 Gleason 软件的设计进行了比较,两种设计无论是齿面还是 TCA 分析结果基本一致.

参考文献:

- [1] 曾韬.螺旋锥齿轮设计与加工[M].哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,1989:260-298.
- [2] Litvin F L. Local synthesis and tooth analysis of face-milled of spiral bevel gears[R]. NASA CR4342, 1990.
- [3] 吴训成.点啮合齿面主动设计理论和方法[J].机械科学与技术,2000,19(3):347-349.
WU Xuncheng. On function-oriented design of point-contact tooth surfaces[J]. Mechanical Science and Technology, 2000,19(3):347-349.
- [4] 方宗德.基于传动误差设计的弧齿锥齿轮啮合分析[J].航空学报,2002,23(3):226-230.
FANG Zongde. Tooth contact analysis of spiral bevel gears based on the design of transmission error[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2002,23(3):226-230.
- [5] 方宗德.高重合度螺旋锥齿轮的设计与仿真[J].西北工业大学学报,2002,20(2):213-217.
FANG Zongde. Design and simulation on hypoid and spiral bevel gears with high contact ratio [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2002,20(2):213-217.
- [6] 方宗德,杨宏斌,周彦伟.高速弧齿锥齿轮动态啮合质量优化[J].航空学报,2001,22(1):69-77.
FANG Zongde, YANG Hongbin, ZHOU Yanwei. Optimization of dynamic meshing behavior of high speed spiral bevel gears[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2001,22(1):69-77.
- [7] Litvin F L. Computerized design, simulation of meshing, and contact and stress analysis of face-milled formate generated spiral bevel gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2002,37(2):441-459.